

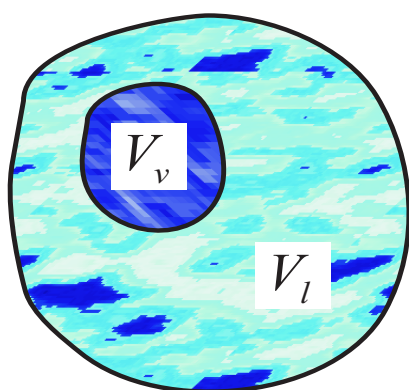
## 3.2 Dvofázové proudění

Dosud jsme uvažovali případy přestupu tepla, při kterém hustota předávaného tepelného toku byla natolik nízká, že nedocházelo ke změně fáze chladiva. V tlakovodních reaktorech se však mohou vyskytovat pracovní režimy provázené varem vody. Zde přestup tepla mění svůj charakter a k výpočtu součinitele přestupu tepla nelze již použít kritériální rovnice ( $Nu = f( Fo, Re, Gr, Pr )$ ).

### I. Definice

#### a) Okamžitý střední objemový podíl páry (void fraction)

Používá se pro popis objemových vlastností



$$V = V_v + V_l$$

→  $\langle \dots \rangle$

$$\langle \alpha_v \rangle = \frac{1}{V} \cdot \iiint_V \alpha_v \cdot dV = \frac{V_v}{V_v + V_l} = \frac{V_v}{V}$$

objemový podíl páry zprůměrovaný přes objem

- index  $v$  - (vapour) pára

- index  $l$  - (liquid) kapalina

V praxi:  $\alpha_v \equiv \alpha$

$$\alpha_l \equiv 1 - \alpha.$$

Jakoukoliv parní fázi **vlastnosti**  $c_v$  v objemu  $V_v$  lze vyjádřit:

$$\langle c_v \rangle_v = \frac{1}{V_v} \cdot \iiint_{V_v} c_v \cdot dV$$

Středování přes celý objem:

$$\langle c_v \rangle = \frac{1}{V} \cdot \iiint_V \alpha \cdot c_v \cdot dV = \frac{1}{V} \iiint_{V_v} c_v \cdot dV$$

$$\Rightarrow \langle c_v \rangle = \langle c_v \rangle_v \cdot \frac{V_v}{V} = \langle c_v \rangle_v \cdot \langle \alpha \rangle$$

kde  $\langle c_v \rangle$  - okamžitá střední hodnota parní fáze vlastnosti  $c$  v objemu  $V$ ,

$\langle c_v \rangle_v$  - okamžitá střední hodnota parní fáze vlastnosti  $c$  v objemu  $V_v$ .

Příklad:  $c \equiv \rho$   $\langle \rho_v \rangle = \langle \rho_v \rangle_v \cdot \langle \alpha \rangle$  (pára zředěná do celého objemu)

$\langle \rho_l \rangle = \langle \rho_l \rangle_l \cdot \langle 1 - \alpha \rangle$  (voda zředěná do celého objemu)

$\langle \rho_v \rangle_v$  a  $\langle \rho_l \rangle_l$  určíme z tabulek vody a vodní páry.

#### b) Statická suchost (static quality)

$$x_{st} = \frac{m_v}{m_v + m_l} = \frac{\langle \rho_v \rangle \cdot V}{(\langle \rho_v \rangle + \langle \rho_l \rangle) \cdot V} = \frac{\langle \rho_v \rangle_v \cdot \langle \alpha \rangle}{\langle \rho_v \rangle_v \cdot \langle \alpha \rangle + \langle \rho_l \rangle_l \cdot \langle 1 - \alpha \rangle}$$

### c) Měrná hustota dvoufázové směsi (mixture density)

$$\langle \rho \rangle = \frac{m_v + m_l}{V}$$

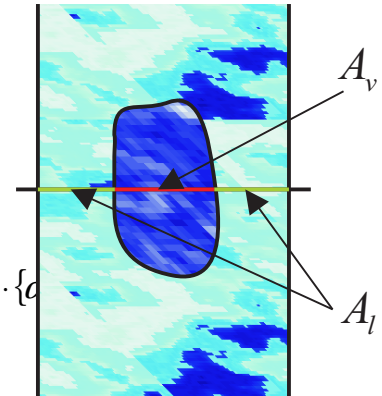
$$\langle \rho \rangle = \langle \rho_v \rangle_v \cdot \langle \alpha \rangle + \langle \rho_l \rangle_l \cdot \langle 1 - \alpha \rangle$$

### d) Okamžitý střední plošný podíl páry (area-averaged void factor)

→ {...}

Používá se především pro popis proudění

$$\{\alpha\} = \frac{A_v}{A} = \frac{1}{A} \iint_A \alpha \cdot dA$$



### e) Okamžitý hmotnostní průtok parní fáze

$$\dot{m}_v = \iint_A \alpha \cdot \rho_v \cdot \vec{v}_v \cdot \vec{n} \cdot dA = \{\alpha \cdot \rho_v \cdot \vec{v}_v\} \cdot \vec{A} = \{\rho_v \cdot \vec{v}_v\}_v \cdot \{\alpha\}$$

vztaženo ke směru proudu (normálový vektor n)

### f) Průtočná suchost (flow quality)

= hmotnostní podíl průtoku páry vztažený na celkové průtočné množství

$$x_z = \frac{\dot{m}_{vz}}{\dot{m}_{vz} + \dot{m}_{lz}} = \frac{\dot{m}_{vz}}{\dot{m}_z}$$

- definice pro osu z je různý pro různé směry!

### g) Hmotnostní tok parní fáze (vapour mass flux)

V ose z:

$$G_{m,vz} = \frac{\dot{m}_{vz}}{A_z} = \frac{\dot{m}_z \cdot x_z}{A_z} = G_{m,z} \cdot x_z = \{\rho_v v_{vz}\}_{vz} \{\alpha\}_z$$

$$G_{m,lz} = \frac{\dot{m}_{lz}}{A_z} = G_{m,z} \cdot (1 - x_z)$$

$$G_{m,z} = G_{m,vz} + G_{m,lz} = \frac{\dot{m}_z}{A_z}$$

$$(m_z = A_z \cdot v_z \cdot \rho)$$

### h) Objemový průtok parní fáze

$$\dot{Q}_v = \{\vec{j}_v\} \cdot \vec{A}$$

- objemový tok na 1 m<sup>2</sup> plochy. Vztaženo na celou plochu A<sub>z</sub>, nikoliv jen na A<sub>v</sub>!

{j<sub>v</sub>} - plošná rychlost (superficial velocity) [m · s<sup>-1</sup>]

Ve směru osy z (zjednodušený zápis  $\rho_v \equiv \langle \rho_v \rangle_v$ )

$$\begin{aligned}\{j_v\}_z &= \frac{\dot{Q}_{vz}}{A_z} = \frac{\dot{m}_{vz}}{\rho_v \cdot A_z} = \frac{G_{m,vz}}{\rho_v} = \frac{G_{m,z} \cdot x_z}{\rho_v} \\ \{j_l\}_z &= \frac{\dot{Q}_{lz}}{A_z} = \frac{\dot{m}_{lz}}{\rho_l \cdot A_z} = \frac{G_{m,lz}}{\rho_l} = \frac{G_{m,z} \cdot (1-x_z)}{\rho_l} \\ \{j\}_z &= \frac{\dot{Q}_z}{A_z} = G_{m,z} \cdot \left[ \frac{1-x_z}{\rho_l} + \frac{x_z}{\rho_v} \right]\end{aligned}$$

### i) Skluzový poměr (skluz, slip ratio)

Pokud dochází ke zpoždění jedné složky směsi (vody), je nutné počítat skluzový poměr  $s$ . Jelikož:

$$\begin{aligned}\{\bar{j}_v\} &= \{\alpha\}\{\bar{v}_v\}_v \\ \{\bar{j}_l\} &= \{1-\alpha\}\{\bar{v}_l\}_l\end{aligned}$$

pak:

$$s = \frac{\{\bar{v}_v\}_v}{\{\bar{v}_l\}_l} = \frac{\{\bar{j}_v\} \cdot \{1-\alpha\}}{\{\bar{j}_l\} \cdot \{\alpha\}}$$

Pára má rychlost  $\{\bar{v}_v\}$  s podílem  $\{\alpha\} = \alpha_v$ . Ve směru osy  $z$  po dosažení za:

$$\{\bar{j}_l\} = \frac{G_m \cdot (1-x_z)}{\rho_l}$$

$$\{\bar{j}_v\} = \frac{G_m \cdot x_z}{\rho_v}$$

dostaneme:

$$s_z = \frac{x_z}{1-x_z} \cdot \frac{\rho_l}{\rho_v} \cdot \frac{\{1-\alpha\}_z}{\{\alpha\}_z}$$

$$\Rightarrow \boxed{\{\alpha\}_z = \frac{1}{1 + \frac{1-x_z}{x_z} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_l} \cdot s_z}}$$

### j) Průtoková termodynamická suchost (flow thermodynamic quality)

Ve směru  $z$  je definice dynamické střední entalpie proudící směsi (viz později):

$$(h_m^+)_z = x_z \cdot h_v + (1-x_z) \cdot h_l$$

Průtoková termodynamická suchost:

$$(x_l)_z = \frac{(h_m^+)_z - h_f}{h_g - h_f} \quad \text{- vztaheno k mezi sytosti } (h_f = i', \quad h_g = i'')$$

$$(x_l)_z = \frac{x_z \cdot h_v + (1-x_z) \cdot h_l - h_f}{h_g - h_f}$$

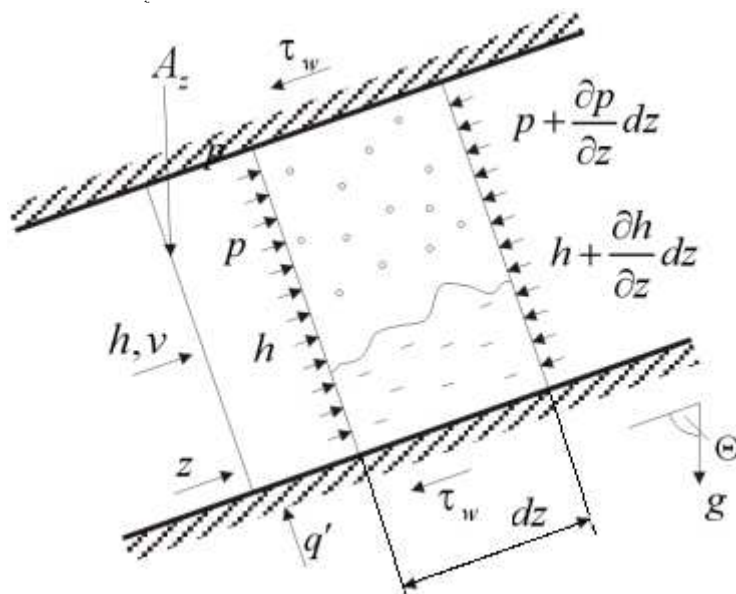
! Pro podmínky termodynamické rovnováhy  $h_v = h_g$ ,  $h_l = h_f$

$$(x_l)_z = x_z = \frac{h - h_f}{h_g - h_f}$$

## II. Rovnice pro jednorozměrné proudění dvoufázové směsi

### Rovnice zachování hmoty

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \iint_{A_z} \rho \cdot dA_z + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \iint_{A_z} \rho v_z \cdot dA_z = 0$$



nebo po vyjádření  $\rho$  :

$$\frac{\partial}{\partial t} \cdot \underbrace{\{\rho_v \cdot \alpha + \rho_l \cdot (1-\alpha)\}}_{\rho_m} \cdot A_z + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \underbrace{\{\rho_v \cdot \alpha \cdot v_{vz} + \rho_l \cdot (1-\alpha) \cdot v_{lz}\}}_{G_m} \cdot A_z = 0$$

Dostáváme tedy stejnou rovnici jako pro jednofázové proudění

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} \cdot (\rho_m \cdot A_z) + \frac{\partial}{\partial z} \cdot (G_m \cdot A_z) = 0}$$

kde  $\rho_m$  - průměrná hustota směsi protékající plochou  $A_z$  ,

$G_m$  - průměrný hmotnostní tok směsi.

### Rovnice zachování hybnosti

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{A_z} \rho v_z dA_z + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{A_z} \rho v_z v_z dA_z = - \iint_{A_z} \frac{\partial p}{\partial z} dA_z - \int_{P_z} \tau_w dP_z - \iint_{A_z} \rho g \cos \Theta dA_z$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \{\rho_v \alpha v_{vz} + \rho_l (1-\alpha) v_{lz}\} A_z + \frac{\partial}{\partial z} \{\rho_v \alpha v_{vz}^2 + \rho_l (1-\alpha) v_{lz}^2\} A_z = - \frac{\partial \{p\}}{\partial z} A_z - \int_{P_z} \tau_w \cdot dP_z - \{\rho_v \alpha + \rho_l (1-\alpha)\} g \cos \Theta A_z$$

Je-li tlak v celém průřezu konstantní

$$\frac{\partial}{\partial t} (G_m A_z) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G_m^2}{\rho_m^+} \right) = - \frac{\partial (p A_z)}{\partial z} - \int_{P_z} \tau_w dP_z - \rho_m g \cos \Theta A_z$$

$$\boxed{\frac{1}{\rho_m^+} = \frac{1}{G_m^2} \{\rho_v \alpha v_{vz}^2 + \rho_l (1-\alpha) v_{lz}^2\}}$$

$\rho_m^+$  - dynamická hustota (může být v každém směru jiná -  $v$  = vektor)

## Rovnice zachování energie

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{A_z} \rho u_0 \, dA_z + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{A_z} \rho h_0 v_z \, dA_z = q' + \iint_{A_z} q''' \, dA_z$$

kde vnitřní energie  $u = h - pv$

Pozn.: bilance pro  $q'$  je provedena v místě řezu  $A_z$ . Členy disipace a práce jsou zanedbány.

$$\frac{\partial}{\partial t} \iint_{A_z} \rho h_0 \, dA_z + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{A_z} \rho h_0 v_z \, dA_z = \frac{\partial}{\partial t} \iint_{A_z} \rho \left( p \frac{1}{\rho} \right) \, dA_z + q' + \iint_{A_z} q''' \, dA_z$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \underbrace{\{\rho_v \alpha h_v^0 + \rho_l (1-\alpha) h_l^0\}}_{h_m \rho_m} A_z \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \underbrace{\{\rho_v \alpha h_v^0 v_{vz} + \rho_l (1-\alpha) h_l^0 v_{lz}\}}_{G_m h_m^+} A_z \right] = \frac{\partial p}{\partial t} A_z + q' + \iint_{A_z} q''' \, dA_z$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m h_m A_z) + \frac{\partial}{\partial z} (G_m h_m^+ A_z) = \frac{\partial p}{\partial t} A_z + q' + \iint_{A_z} q''' \, dA_z$$

$h_m$  - statická entalpie dvoufázové směsi

$$h_m = \frac{1}{\rho_m} \{ \rho_v \alpha h_v + \rho_l (1-\alpha) h_l \}$$

$h_m^+$  - dynamická střední entalpie proudící směsi (mixing-up enthalpy)

$$h_m^+ = \frac{1}{G_m} \{ \rho_v \alpha h_v v_{vz} + \rho_l (1-\alpha) h_l v_{lz} \} - \text{vektor}$$

Pro  $v_{vz} = v_{lz}$  ( $s=1$ ),  $\rho_m^+ = \rho_m$ ,  $h_m^+ = h_m$ .

Poznámka: Odvozené rovnice pro dvoufázové proudění nejsou jedinými rovnicemi. Obecnější modely popisují každou fázi zvlášť.

3 rovnice pro parní fázi

3 rovnice pro kapalnou fázi

6 rovnic

### III. Základní modely dvoufázového proudění

#### a) Model homogenní směsi v termodynamické rovnováze

(Homogeneous equilibrium model HEM)

$$v_v = v_l, T_l (= T_f = T_g) = T_v = T_{sat}$$

Používá se pro vysoké tlaky a vysoké  $G_m$  (hmotnostní toky).

#### b) Model směsi v termodynamické rovnováze

$$v_l \neq v_v \quad (s \neq 1), T_l (= T_f = T_g) = T_v = T_{sat}$$

Používá se pro nízký tlak a nízké  $G_m$ .

#### c) Dvou-tekutinový model – model oddělených fází

(Two-fluid model)

$$T_l \neq T_v, v_l \neq v_v$$

Použití pro rychlé přechodové procesy – v praxi může nastat i takový případ, kdy voda proudí v opačném směru než pára.

### IV. Rovnice pro přenos tepla přes fázové rozhraní směsi

#### a) Rovnice zachování hmoty

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_k \alpha_k \} A_z + \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_k v_{kz} \alpha_k \} A_z = \Gamma_k A_z \quad k = v, l$$

$$\Gamma_k = \frac{\dot{m}_{ks}}{v_{ks}}, \dot{m}_{ks} - \text{hmotnostní průtok přes fázové rozhraní.}$$

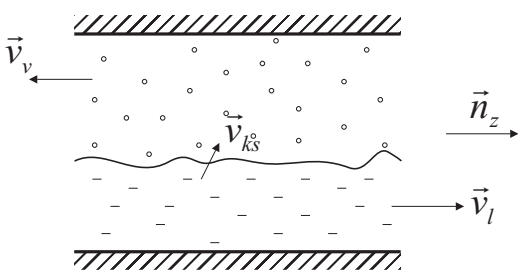
$$\dot{m}_{vs} = -\dot{m}_{ls} = \dot{m}_{lv} - \text{co se odpaří z kapaliny, přechází do páry.}$$

Sečteme-li obě rovnice, dostaneme rovnici pro směs.

#### b) Rovnice zachování hybnosti

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_k v_{kz} \alpha_k \} A_z + \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_k v_{kz}^2 \alpha_k \} A_z = - \frac{\partial}{\partial z} \{ p_k \alpha_k \} A_z + \{ \vec{F}_{wk}^m \vec{n}_z \} A_z + \{ \rho_k \alpha_k \} \vec{g} \vec{n}_z A_z + \{ \Gamma_k \vec{v}_{ks} \vec{n}_z \} A_z + \{ \vec{F}_{sk}^m \vec{n}_z \} A_z$$

kde  $\{ \Gamma_k \vec{v}_{ks} \vec{n}_z \}$  - rychlost změny rychlosti v důsledku změny fáze



$$\{ \vec{F}_{wk}^m \vec{n}_z \} = \left\{ \frac{\vec{F}_{wk}}{v} \vec{n}_z \right\} \equiv \frac{1}{A_z} \int \tau_w dP_z$$

kde  $\vec{F}_{wk}$  - síla v důsledku smykových napětí na stěnách, se kterými je ve styku fáze  $k$ -tenzor

$$\{ \vec{F}_{sk}^m \vec{n}_z \} = \left\{ \frac{\vec{F}_{sk}}{v} \vec{n}_z \right\}$$

kde  $\vec{F}_{sk}$  - smykové a normální síly na rozhraní mezi fázemi (tenzor)

$$\text{Musí platit: } \sum_{k=v,l} (\Gamma_k \vec{v}_{ks} \vec{n}_z + \vec{F}_{sk} \vec{n}_z) = 0$$

### c) Rovnice zachování energie

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_k u_k^0 \alpha_k \} A_z + \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho_k h_k^0 v_{kz} \alpha_k \} A_z = \Gamma_k h_{ks}^0 A_z - p \frac{\partial \alpha_k}{\partial z} A_z + \{ \bar{q}_k \alpha_k \} A_z + \underline{q''_{wk}} \alpha_{wk} P_w - \{ \rho_k g v_{kz} \alpha_k \} A_z + \{ \underline{Q_{sk}^*} \} A_z$$

kde  $\{ \underline{Q_{sk}^*} \} = \{ \bar{q}_k \} - \frac{A_{sk}}{V}$  - teplo procházející přes rozhraní mezi fázemi (vztažené na objem),

$\underline{q''_{wk}} \alpha_{wk} P_w$  - tepelný tok do parní (nebo kapalně) fáze přes obvod smočený příslušnou fází,

$\Gamma_k h_{ks}^0 A_z = \frac{\dot{m}_{ks}}{v} h_{ks}^0 A_z$  - přestup energie přes rozhraní.

Problémy při řešení:

- Musíme doplnit vztahy pro uzavření systému rovnic
  - přenos hmoty, hybnosti a energie přes rozhraní
  - korelace pro tření a přestup tepla
- Diferenciální rovnice nejsou hyperbolické a většinou jsou „ill-posed“, tj. v charakteristickém směru jsou imaginární kořeny (některé). Přesto je možné získat numerické řešení.

### Hlavní výpočtové programy pro analýzy přechodových procesů

RELAP5/MOD2	INEL
TRAC	LLNL
RETRAN	EPRI → INEL
CATHARE	Framatome/Edt
ATHLET	Německo (počátky)

RETRAN používá tzv. 4-rovnicový model. 3 rovnice zachování pro dvoufázovou směs + časová závislost skluzu – 4. rovnice (dynamický skluz). Tento systém rovnic tvoří „well-posed“ systém.

## V. Režimy dvoufázového proudění

V závislosti na podmínkách v aktivní zóně je možno var rozlišit:

### 1. podle teploty chladiva

- *povrchový var* – dochází k němu v případě, je-li teplota chladiva  $T_c$  nižší než teplota sytosti  $T_{sat}$  a teplota teplosměnného povrchu (na stěně)  $T_w$  je větší než  $T_{sat}$ .
- *objemový var* – k varu dochází v celém objemu chladiva, dosáhne-li teplota chladiva  $T_c$  teploty sytosti  $T_{sat}$ .

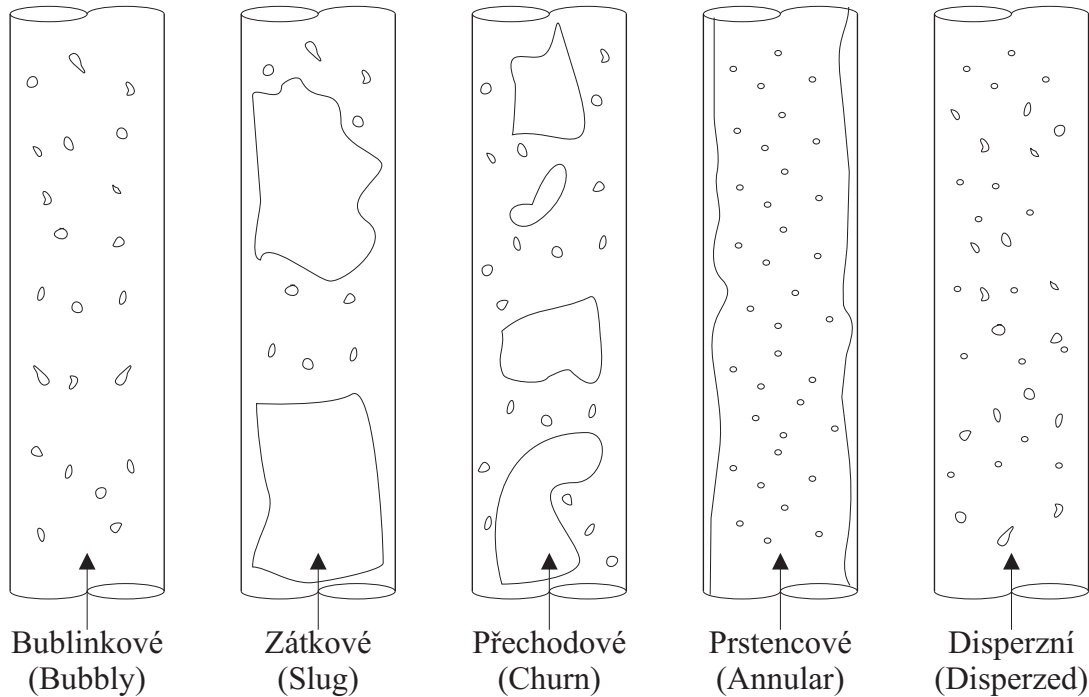
### 2. podle intenzity varu

- *bublínkový var* – je charakterizovaný malou hustotou tepelného toku z povrchu do chladiva a malým rozdílem teploty stěny  $T_w$  a teploty sytosti  $T_{sat}$ ;
- *blánový var* – vzniká při velké hustotě tepelného toku;
- *smíšený var* – tam, kde se uplatňují současně *bublínkový* a *blánový var*.

Přesnější popis druhů varu viz obrázky níže.

### 3. Podle směru proudění

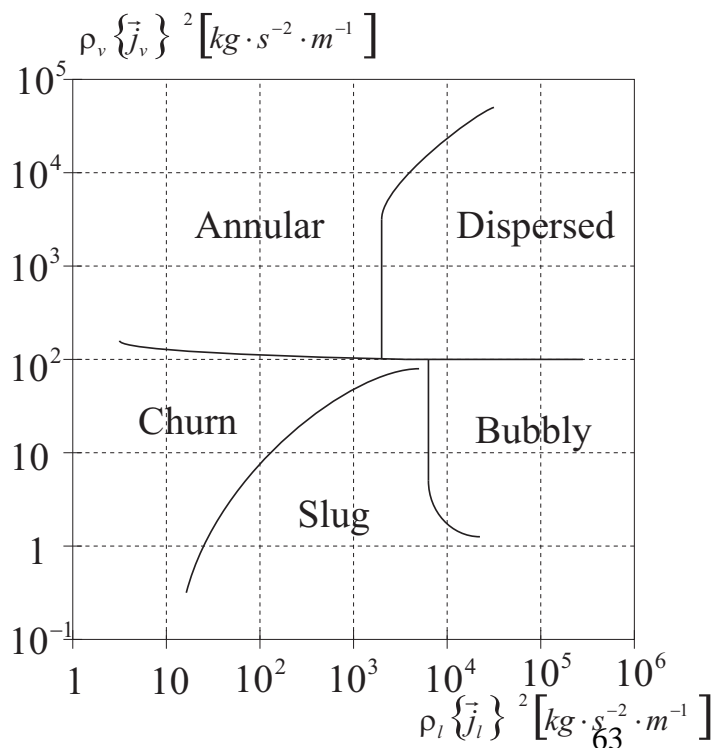
- vertikální proudění (viz obr. s 5 základními typy varu)
- horizontální proudění - některé režimy jsou zde oproti vertikálnímu proudění jiné [vrstvené (stratified), vlnové (wavy)].



Je logické, že různé režimy se budou chovat různě. Proto je potřeba určit správný režim varu.

### VI. Mapy režimů proudění

#### a) Hewitt & Roberts



Osa x:

$$\rho_l \cdot \{j_l\}^2 = \frac{G_m^2 \cdot (1-x)^2}{\rho_l}$$

Osa y:

$$\rho_v \cdot \{j_v\}^2 = \frac{G_m^2 \cdot x^2}{\rho_v}$$

Příklad: Přechod bublinkového varu na zátkový (bubbly → slug).

Pro  $\alpha \geq 0,25$  se bublinky shlukují a tvoří tzv. špunty. Pro rychlosti vody a páry platí:

$$v_l = v_v - v_0$$



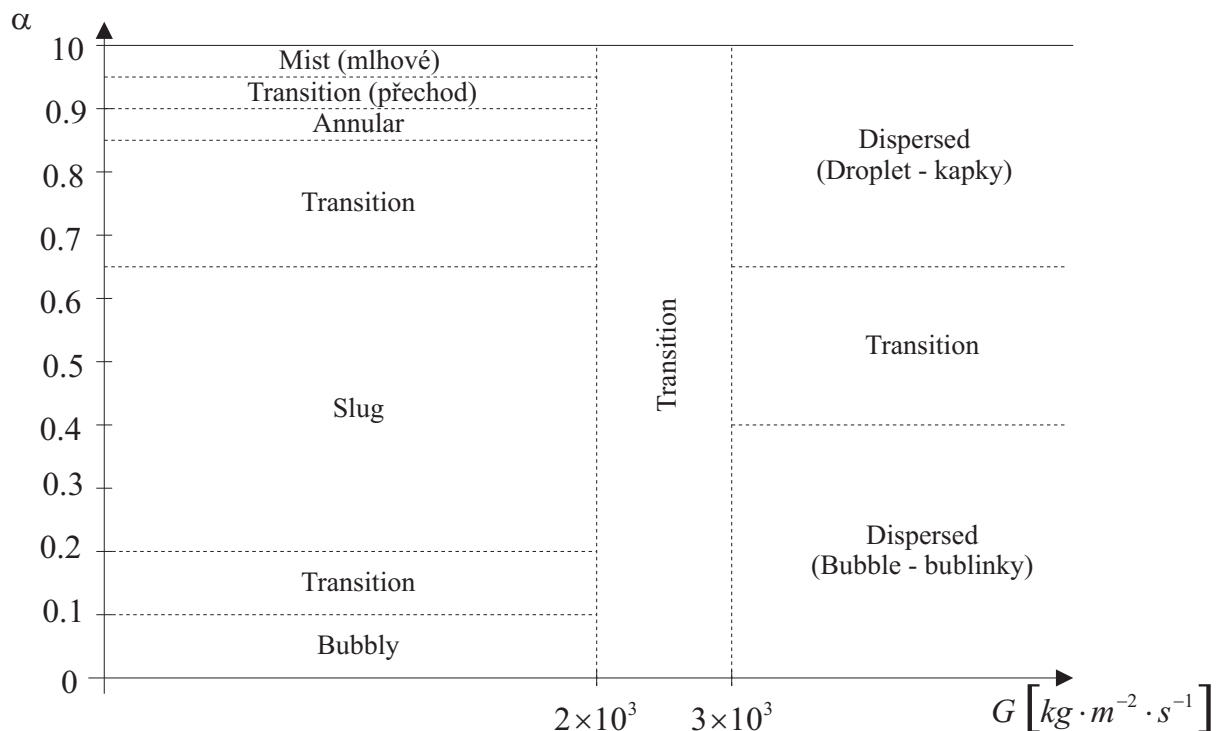
kde  $v_0$  - rychlost stoupaní velkých bublinek ( $d = 5$  až  $20$  mm) a platí:

$$v_0 = 1,53 \cdot \left( \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \sigma}{\rho_l^2} \right)^{\frac{1}{4}} \rightarrow \frac{\{j_l\}}{\{1-\alpha\}} = \frac{\{j_v\}}{\{\alpha\}} - 1,53 \cdot \left[ \frac{g \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \sigma}{\rho_l^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

Pro  $\alpha=0,25$  – hranice  $\Rightarrow \frac{\{j_l\}}{\{j_v\}} = 3 - 1,15 \cdot \frac{[g \cdot (\rho_l - \rho_v) \cdot \sigma]^{\frac{1}{4}}}{\{j_v\} \cdot \rho_l^{\frac{1}{2}}}$

### b) Mapa G - $\alpha$

- použit u RELAP5



## VII. Určení objemového podílu páry $\alpha$

### a) HEM model

$$s = 1, v_v = v_l, h_m^+ = h$$

$\Rightarrow$

$$\alpha = \frac{1}{1 + \frac{1-x}{x} \cdot \frac{\rho_g}{\rho_f} \cdot 1}; x = \frac{h - h_f}{h_g - h_f}$$

( $h_m^+$  - dynamická střední entalpie proudící směsi)

### b) Drift Flux model

$$v_v \neq v_l, s = ?$$

Termodynamická rovnováha. Model byl odvozen v: Zuber, Findlay – Journal of Heat Transfer, kde zavedli posunovou rychlost  $v_{vj}$  (drift velocity) a dvoufázovou místní objemovou rychlost ( $j$ ) tak, že místní rychlost páry:

$$v_v = j + v_{vj} \rightarrow \text{posun o } v_{vj} \text{ vůči } j$$

odvodí se: 
$$\{\alpha\} = \frac{1}{C_0 \cdot \left(1 + \frac{1-x}{x} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_l}\right) + \frac{v_{vj} \cdot \rho_l}{x \cdot G_m}}, \quad s = C_0 + \frac{(C_0 - 1) \cdot x \cdot \rho_l}{(1-x) \cdot \rho_v} + \frac{v_{vj} \cdot \rho_l}{x \cdot G_m}$$

kde: 
$$C_0 = \frac{\{\alpha_j\}}{\{\alpha\} \cdot \{j\}}$$
 je tzv. distribuční parametr, který vyjadřuje rozložení parního obsahu na ploše (pro rovnoměrné rozložení  $C_0 = 1$ ). Nutno znát  $C_0, v_{vj}$ .

### VIII. Tlakové ztráty při dvoufázovém proudění

#### a) Rovnice zachování hybnosti

$$\frac{\partial}{\partial t} (G_m \cdot A_z) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{G_m^2 \cdot A_z}{\rho_m^+} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} (p \cdot A_z) - \int_{P_z} \tau_w \cdot dP_z - \rho_m \cdot g \cdot \cos \Theta \cdot A_z$$

pro stacionární stav a  $A_z = \text{konst.}$

$$- \frac{dp}{dz} = \underbrace{\frac{d}{dz} \left( \frac{G_m^2}{\rho_m^+} \right)}_{\text{zrychlení}} + \underbrace{\frac{1}{A_z} \cdot \int_{P_z} \tau_w \cdot dP_z}_{\text{tření}} + \underbrace{\rho_m \cdot g \cdot \cos \Theta}_{\text{gravitace}} \quad \Bigg|_{z_{in}}^{z_{out}} dz$$

$$\Delta p = p_{in} - p_{out} = \Delta p_{acc} + \Delta p_f + \Delta p_{grav}$$

#### b) Tlakové ztráty na urychlení kapaliny

$$\Delta p_{acc} = \left( \frac{G_m^2}{\rho_m^+} \right)_{out} - \left( \frac{G_m^2}{\rho_m^+} \right)_{in}$$

$$\frac{G_m^2}{\rho_m^+} = \rho_v \cdot \alpha \cdot v_v^2 + \rho_l \cdot (1 - \alpha) \cdot v_l^2$$

Protože:  $G_m \cdot x = G_v = \rho_v \cdot \alpha \cdot v_v$

$$G_m \cdot (1 - x) = G_l = \rho_l \cdot (1 - \alpha) \cdot v_l$$

je: 
$$\frac{G_m^2}{\rho_m^+} = \frac{x^2 \cdot G_m^2}{\rho_v \cdot \alpha} + \frac{(1 - x^2) \cdot G_m^2}{\rho_l \cdot (1 - \alpha)}$$

$\Rightarrow$  
$$\frac{1}{\rho_m^+} = \frac{x^2}{\rho_v \cdot \alpha} + \frac{1 - x^2}{\rho_l \cdot (1 - \alpha)}$$

#### c) Třecí ztráty při dvoufázovém proudění

$$\Delta p_f = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \frac{\tau_w \cdot P_z}{A_z} \cdot dz$$

$$\left( \frac{dp}{dz} \right)_f = \frac{\tau_w \cdot P_w}{A_z} = \frac{f_{TP}}{D_e} \cdot \left[ \frac{G_m^2}{2 \cdot \rho_m^+} \right]; \quad D_e = \frac{4 \cdot A_z}{P_w}$$

↑  
smočený obvod

kde  $f_{TP}$  je dvoufázový součinitel tření – two phase. Obecný přístup:

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = \Phi_{lo}^2 \cdot \frac{f_{lo}}{D_e} \cdot \left[ \frac{G_m^2}{2 \cdot \rho_l} \right] \rightarrow \text{Jako kdyby tekla kanálem kapalina o průtoku } G_m.$$

součinitel  $\Phi_{lo}^2$ :

$$\Phi_{lo}^2 = \frac{\rho_l}{\rho_m^+} \cdot \frac{f_{TP}}{f_{lo}}$$

kde  $f_{lo}$  je součinitel tření pro jednofázové proudění kapaliny.

#### d) Gravitační člen

$$\Delta p_{grav} = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \rho_m \cdot g \cos \Theta \cdot dz$$

#### e) Místní ztráty při dvoufázovém proudění

Viz Tong 1995.

#### f) Součinitel pro dvoufázové proudění (Two phase multiplier)

Lockgart & Martinelli

Jeden z prvních návrhů uvádí:

$$\Phi_{lo}^2 = \Phi_l^2 \cdot (1 - X)^{2-n}$$

kde

$$\Phi_l^2 = 1 + \frac{C}{X} + \frac{1}{X^2}.$$

$C$  závisí na režimu toku fáze, v praxi  $C = 20$  pro turbulentní – turbulentní proudění fází.

Martinelli – Nelson

$$\Phi_{lo}^2 = 1,2 \cdot \left[ \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right]^{0.824} \cdot x + 1,0$$

Tom; Baroczy; Cisholm...

...viz Todreas, Tong

### IX. Tlaková ztráta pro HEM

$$\frac{1}{\rho_m^+} = \frac{1}{\rho_m} = \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_f}$$

#### Zrychlením

$$\begin{aligned} \left(\frac{dp}{dz}\right)_{acc} &= G_m^2 \cdot \frac{d}{dz} \left[ \frac{1}{\rho_f} + \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right) \cdot x \right] = G_m^2 \cdot \left[ \overset{\sim 0}{\frac{dv_f}{dz}} + x \left( \overset{\sim 0}{\frac{dv_g}{dz}} - \frac{dv_f}{dz} \right) + (v_g - v_f) \cdot \frac{dx}{dz} \right] = \\ &= G_m^2 \cdot \left[ x \frac{\partial v_g}{\partial p} \cdot \frac{dp}{dz} + (v_g - v_f) \cdot \frac{dx}{dz} \right] \end{aligned}$$

## Tření

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = \frac{f_{TP}}{D_e} \cdot \left(\frac{G_m^2}{2 \cdot \rho_m}\right) \quad (1)$$

kde  $f_{TP} = f_{lo}$

nebo přes

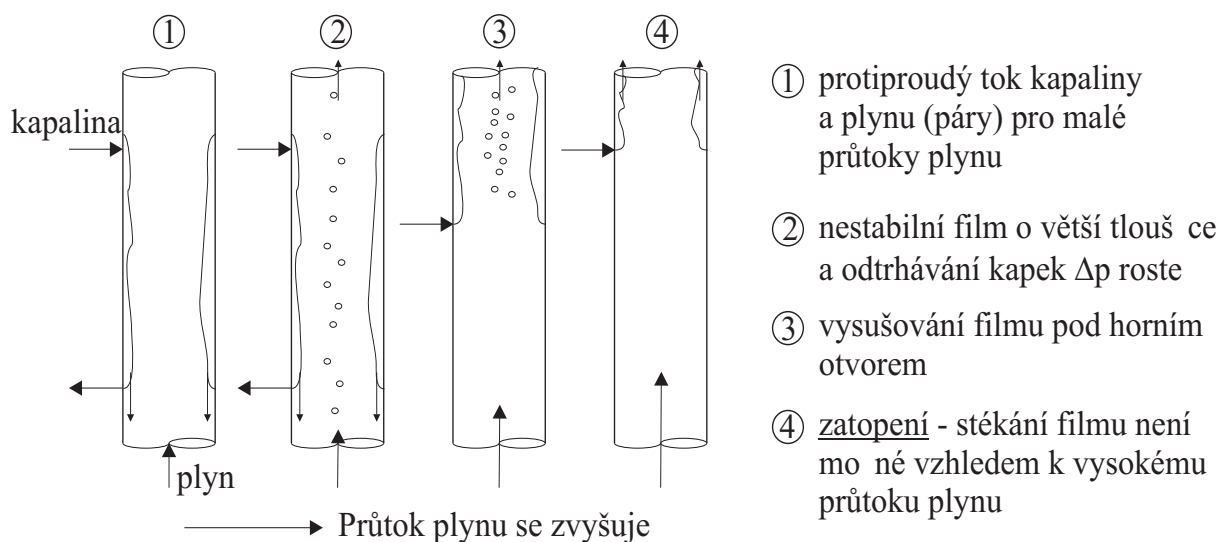
$$\Phi_{lo}^2 = \frac{\rho_l}{\rho_m} \cdot \frac{f_{TP}}{f_{lo}} = \frac{\rho_f}{\rho_m} = \left[ \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_f} \right] \rho_f = 1 + x \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right)$$

$$\left(\frac{dp}{dz}\right)_f = \Phi_{lo}^2 \cdot \frac{f_{lo}}{D_e} \cdot \left(\frac{G_m^2}{2 \cdot \rho_f}\right) \quad (2)$$

kde  $\Phi_{lo}^2 = 1 + x \cdot \left(\frac{\rho_f}{\rho_g} - 1\right)$

Rovnice (1) a (2) jsou identické rovnice.

## X. Zatopení a obrácení proudu (Flooding and Flow reversal)



Při snižování průtoku plynu, by film opět začal stékat – obrácení proudění filmu.

Pára uniká k otvoru prasklého potrubí a může zabránit kapalině z havarijního chlazení, aby se dostala do dolní komory AZ. Podmínka zaplavení se vyšetřuje pomocí Wallisova nebo Kutateludzeho čísla.

### Wallisovo číslo

$$\{j_k^+\} = \{j_k\} \cdot \sqrt{\frac{\rho_k}{g \cdot D \cdot (\rho_l - \rho_v)}}$$

Kde index:

$k = l$  - kapalina,

$k = v$  - pára,

$D$  - charakteristický rozměr.

Wallisova korelace – k zaplavení vsilé trubky dojde při podmínce

$$\{j_v^+\}^{0.5} + m \cdot \{j_f^+\}^{0.5} = C$$

kde  $D$  - průměr trubky, typicky  $C = 0,8$ ;  $m = 1$

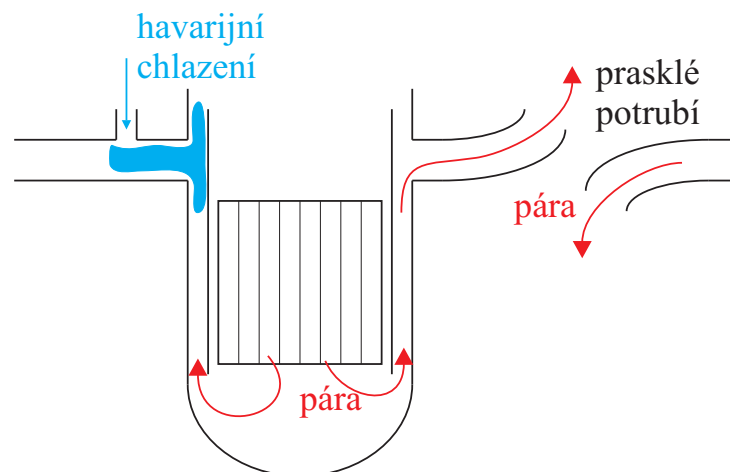
$\Rightarrow \{j_v^+\}_{crit} \Rightarrow G_{v,crit}$ ,  $G_v < G_{v,crit}$  aby nedošlo k zaplavení.

Pro zaplavení AZ se používá korelace (platí pro sytou vodu)

$$\{j_g^+\}^{0.5} + m \cdot \{j_f^+\}^{0.5} = C \quad \begin{aligned} C &= 0,32 \\ m &= \exp[-5,6 \cdot \{j_{fin}^+\}^{0.6}] \end{aligned}$$

$$\{j_{fin}^+\} = \frac{Q_{in}}{A_{in}} \cdot \sqrt{\frac{\rho_f}{L \cdot g \cdot (\rho_f - \rho_g)}} \quad - \text{ vychází z dodávaného průtoku kapaliny.}$$

Význam u LOCA havárií



$j_{fin}$  - na vstupu (in)

$L = \pi \cdot (D_i + D_o)$  - celkový obvod mezery.

$\{j_f^+\} = \frac{Q_f}{A} \cdot \sqrt{\frac{\rho_f}{L \cdot g \cdot (\rho_f - \rho_g)}}$  - popisuje množství kapaliny ( $Q_f$ ), které skutečně dosáhne

dolní směšovací komory.

$A = \frac{\pi}{4} \cdot (D_o^2 - D_i^2)$  - plocha mezery