3. Přestup tepla do chladiva

3.1 Jednofázové proudění

I. Laminární proudění – základní rovnice

Rovnice:

– zachování hmoty,
– zachování hybnosti,
– zachování energie.

$\Big\}$ odvozeno již dříve

a) Rovnice zachování hmoty (kontinuity)

<u>*Eulerova forma:*</u>

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \cdot \vec{v}) = 0}$$

<u>*Lagrangeova forma:*</u>

$$\boxed{\frac{D\rho}{Dt} + \rho \cdot \nabla \vec{v} = 0}$$

kde $\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho$ - totální derivace *hustoty podle času*

b) Rovnice zachování hybnosti (pohybová)

Vyjadřuje rovnováhu sil. Lze zapsat opět ve více formách:

<u>*Eulerova forma:*</u>

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \vec{v}) + \nabla \rho \cdot \vec{v} \cdot \vec{v} = -\nabla p + \nabla \overline{\overline{\tau}} + \rho \cdot \vec{f}}$$

<u>*Lagrangeova forma:*</u>

Síly se skládají se ze tří složek: tlakové, třecí a vnější síly.

$$\boxed{\rho \cdot \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \overline{\overline{\tau}} + \rho \cdot \vec{f}} \qquad \frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) = \vec{v}\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} + \rho \frac{d\vec{v}}{dt}$$

tlakové síly třecí síly vnější síly

kde $\overline{\overline{\tau}} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix}$ - tenzor napětí

Pro většinu „hustých“ plynů a kapalin platí:

$$\tau_{ii} = 2\cdot\mu\cdot\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{2}{3}\cdot\mu\cdot\nabla\vec{v}$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ji} = \mu\cdot\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)$$

μ - dynamická viskozita [Pa.s]

pozn.: pro nestlačitelnou tekutinu ρ=konst. plyne z rovnice kontinuity:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla.(\rho\vec{v}) = 0 + \rho\nabla.\vec{v} = 0 \;\Rightarrow\; \nabla.\vec{v} = 0$$

⇒ Navier - Stokesovy rovnice

c) Rovnice zachování energie

Eulerova forma:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\cdot u_0) = -\nabla(\rho\cdot u_0\cdot\vec{v}) - \nabla\vec{q}'' + q''' - \nabla p\cdot\vec{v} + \nabla(\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{v}) + \vec{v}\cdot\rho\cdot\vec{f}}$$

Lagrangeova forma:

$$\boxed{\rho\cdot\frac{Du_0}{Dt} = -\nabla\vec{q}'' + q''' - \nabla p\cdot\vec{v} + \nabla(\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{v}) + \vec{v}\cdot\rho\cdot\vec{f}}$$

práce tlakových sil   práce třecích sil   práce vnějších sil

celková (vnitřní ustálená) energie:

$$u_0 = u + \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$$

u – vnitřní energie
Rovnici zachování energie je možno též zapsat pro <u>entalpii</u>:

$$\rho\cdot\frac{Dh_0}{Dt} = -\nabla\vec{q}'' + q''' - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(\bar{\bar{\tau}}\cdot\vec{v}) + \vec{v}\cdot\rho\cdot\vec{f}$$

Rovněž můžeme odvodit <u>rovnici vedení tepla:</u>

$$\rho = konst.,\quad v = 0,\quad \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$-\nabla q'' = \nabla k\cdot\nabla T$$

kde $k \equiv \lambda$ (tepelná vodivost)

$$h \sim c_p\cdot T,\quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0,\quad \vec{v}\cdot\rho\cdot\vec{f} = 0$$

$$\Rightarrow\qquad \rho\cdot c_p\cdot\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla k\cdot\nabla T + q'''$$

d) Obecná forma rovnic

$$\begin{bmatrix} \textit{Nestacionární} \\ \textit{člen} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \textit{Konvektivní} \\ \textit{člen} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{Difůzní} \\ \textit{člen} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \textit{Zdrojový} \\ \textit{člen} \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot c) + \nabla \rho \cdot c \cdot \vec{v}}_{\rho \cdot \frac{Dc}{Dt}} = \nabla \bar{\bar{J}} + \rho \cdot \Phi$$

Rovnice	c	J	Φ
kontinuity	1	0	0
hybnosti	$\vec{v}$	$\bar{\bar{\tau}} - p \cdot \bar{\bar{I}}$	$\vec{f},(\vec{g})$
energetická	u_0	$\left(\bar{\bar{\tau}} - p \cdot \bar{\bar{I}}\right) \cdot \vec{v} - \vec{q}''$	$\frac{q'''}{\rho} + \vec{v} \cdot \vec{f},(resp. \vec{g})$

$\bar{\bar{I}}$ – jednotková matice.

II. Turbulentní proudění

Uvedené základní rovnice platí pro laminární proudění, ale většina proudění v praxi je turbulentní. Pohybující se médium fluktuuje v čase - výsledek náhodného pohybu víru tekutiny. Zabudování turbulence do základních rovnic bude řešeno v rámci předmětu TJRII.