

2 Vedení tepla v palivových elementech (pokračování)

2.1 Tepelně - fyzikální vlastnosti palivových elementů reaktorů VVER

Štěpný materiál

- kysličník uraničitý UO_2 – vlastnosti se mění podle jeho hustoty, způsobu výroby, obsahu kyslíku atd. Některé vlastnosti UO_2 závisí na teplotě

Centrální otvor

- uprostřed palivových tablet o průměru 1 až 2 mm k hromadění plynných štěpných produktů
 - také slouží ke kompenzaci objemových změn paliva
 - snižuje tepelné namáhání tablet.

Chování paliva v provozních podmínkách

- změna krystalické struktury paliva - pro vyšší teploty se mění
- tvorba centrální dutiny
- uvolňování plynných produktů štěpení
- napuchání paliva (swelling)

⇒ To vše má velký dopad na průběh vedení tepla v palivu.

Mezera mezi palivem a povlakem

- cca 0,125 mm
- plněna heliem (300-700 kPa)
- během vyhořívání se tlak a složení plynu mění
- slouží ke kompenzaci objemových změn paliva a k hromadění plynných štěpných produktů
-

Změny chování paliva v provozních podmínkách

Densifikace a restrukturalizace

Densifikace - během ozařování paliva volné póry difundují k hraničním krystalům a zanechávají hustší krystaly.

Navíc při teplotě $T > 1700^\circ C$ dochází v palivu k přenosu hmoty - vypařování na horké straně porů a kondenzaci na studené straně porů.

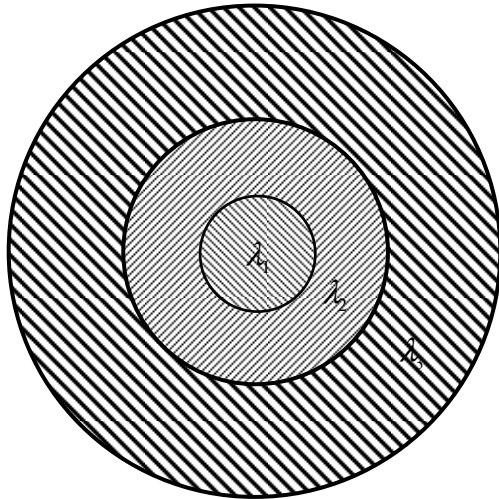
⇒ vytváří se centrální dutina.

Restrukturalizace:

Pro $T > 1700^\circ C$ (centrální oblast) vzniká struktura se sloupcovými krystaly.

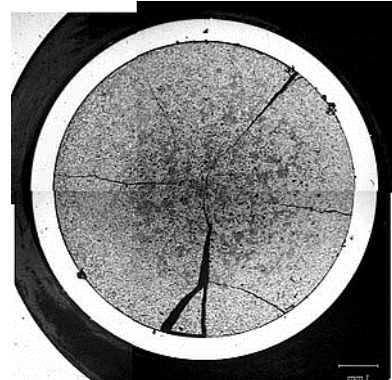
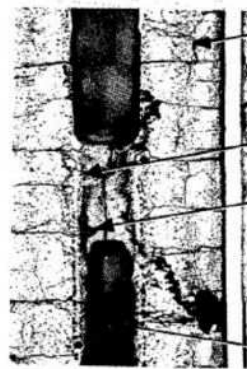
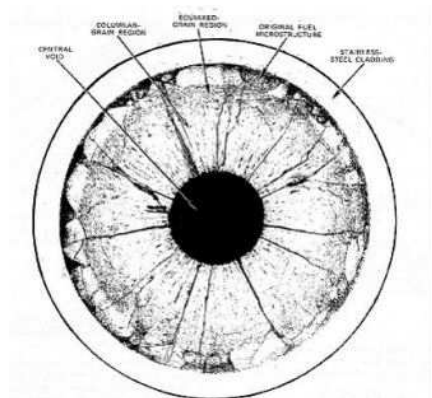
Pro $T \in (1450 - 1700^\circ C)$ (střední oblast) vzniká struktura s rovnoosými krystaly.

Pro $T < 1450^\circ C$ k restrukturalizaci nedochází



⇒ vytvoří se tři oblasti s různými vlastnostmi.

Výpočet musí uvažovat vliv těchto změn (viz cvičení)



Napuchání paliva (swelling)

Palivo během ozařování napuchá:

- mění pórovitost (zpočátku je nárůst objemu kompenzován zaplňováním pórů)
- mění rozměry

Nutno znát $\frac{\Delta V}{V_0} = f(\text{vyhoření}, \dots)$

Kódy GRASS, BUBL, OGRES, ESCORE, SPEAR - více viz Tong.

Uvolňování plynu a vnitřní tlak

Některé štěpné produkty jsou plynné, uvolňují se rychlostí 0,3 atomu/1 štěpení. Plyny tak vznikají uvnitř palivových článků.

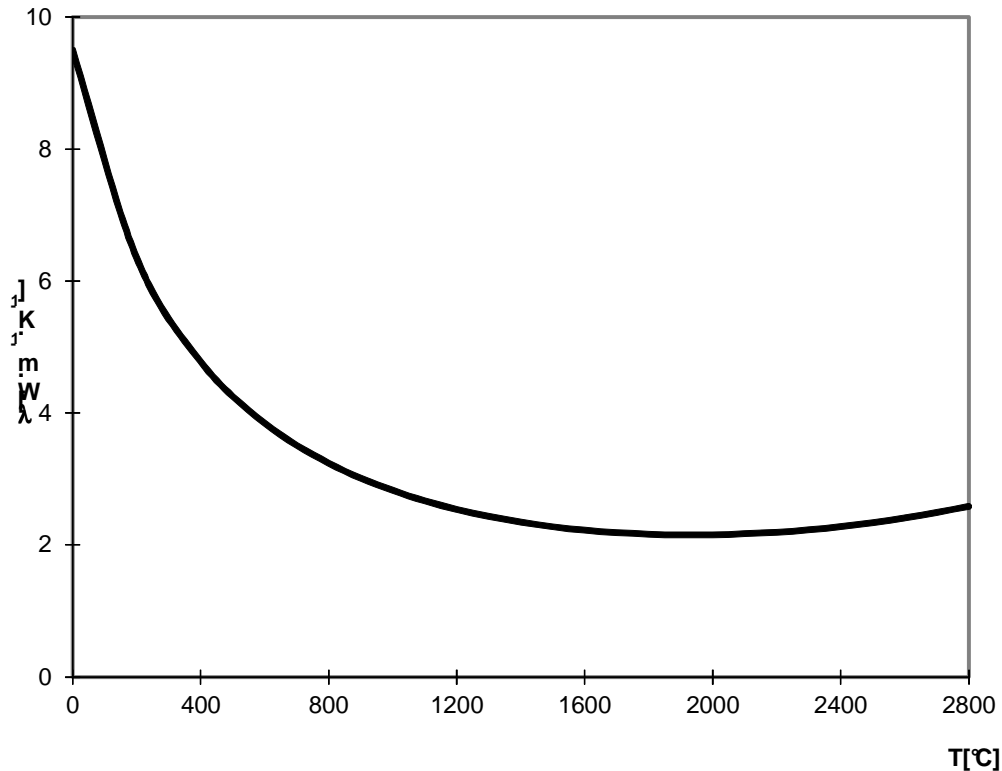
Teorie uvolňování plynu je zpracována v kódech: GRASS (best - estimate), FRAP, LIFE, FUTURE, ESCORE, FRAPCON (ÚJV).

Známe-li množství uvolněných plynů, známe i vnitřní tlak. Ten je limitován požadavkem, že na konci života paliva nesmí docházet k odtržení paliva od povlaku (nesmí vzniknout mezera aby $T_f \downarrow$).

2.2 Tepelně fyzikální vlastnosti UO₂

Tepelná vodivost

$\lambda(T)$ je silně závislá na teplotě.



Pro VVER platí Ruský vztah:

$$\lambda(T) = \frac{3824}{129,4 \cdot T} + 4,788 \cdot 10^{-11} \cdot T^3$$

kde $T[K]$ a $\lambda[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$

Novější vzorce (USA)

$$\lambda = \left(0,0375 + 2,165 \cdot 10^{-4} \cdot T\right)^{-1} + \left(4,715 \cdot 10^9 \cdot T^{-2}\right) \cdot \exp\left(\frac{-16361}{T}\right)$$

$$T[K], \quad \lambda[W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}] \quad \text{platí } T \in \langle 773, 3120 \rangle K$$

Vzorec platí pouze pro 100% hustotu (teoretickou hustotu – TD=100%). Přepočet na skutečnou hustotu lze provést např.:

$$\lambda = \left(1 - P^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \lambda_{100\%}; \quad P = 1 - \frac{\rho}{\rho_{100\%}}; \quad \lambda_{100\%} \equiv \lambda_{TD}$$

Další vzorce a podrobnosti viz Heřmanský, Todreas, Tong.

Integrální tepelná vodivost

integrací podle teploty lze získat:

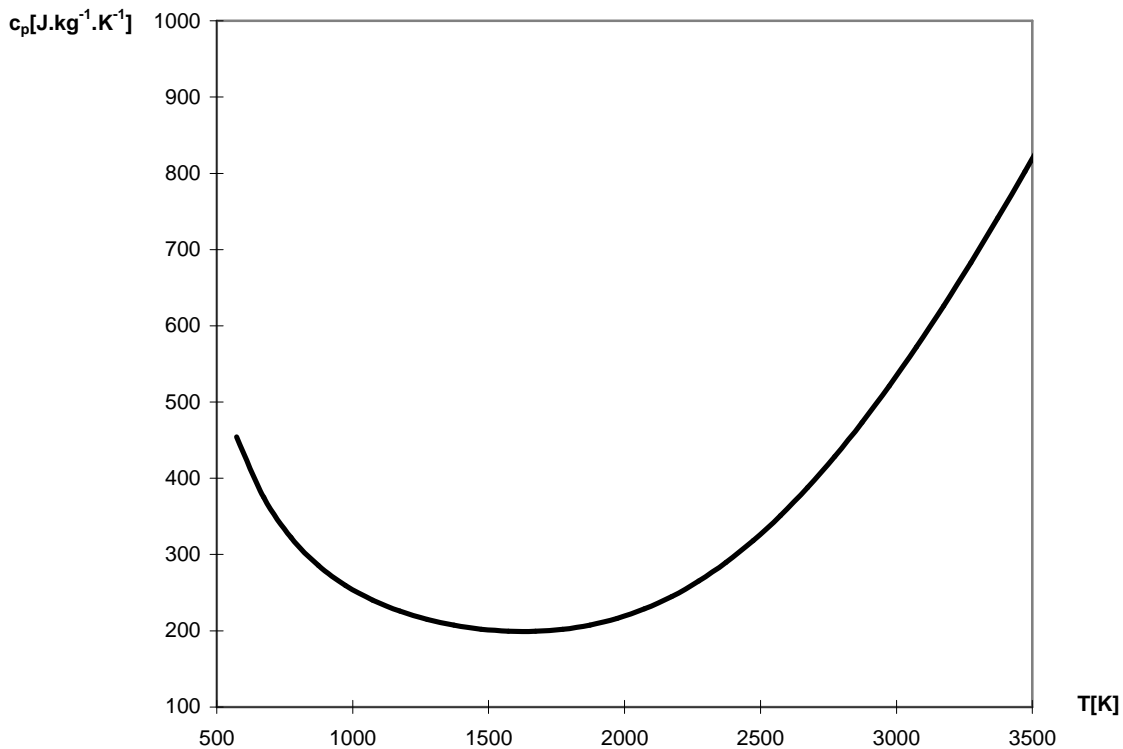
$$\vartheta(T) = a_0 + a_1 \cdot \ln(a_3 + T) + a_2 \cdot (T + 273,15) \quad T[^\circ C]$$

$$a_0 = -22935, \quad a_1 = 3824, \quad a_2 = 1.197 \cdot 10^{-11}, \quad a_3 = 402.5$$

Grafické vyjádření viz Heřmanský.

Měrná tepelná kapacita

c_p - je opět silně závislá na teplotě.



Výpočet např.:

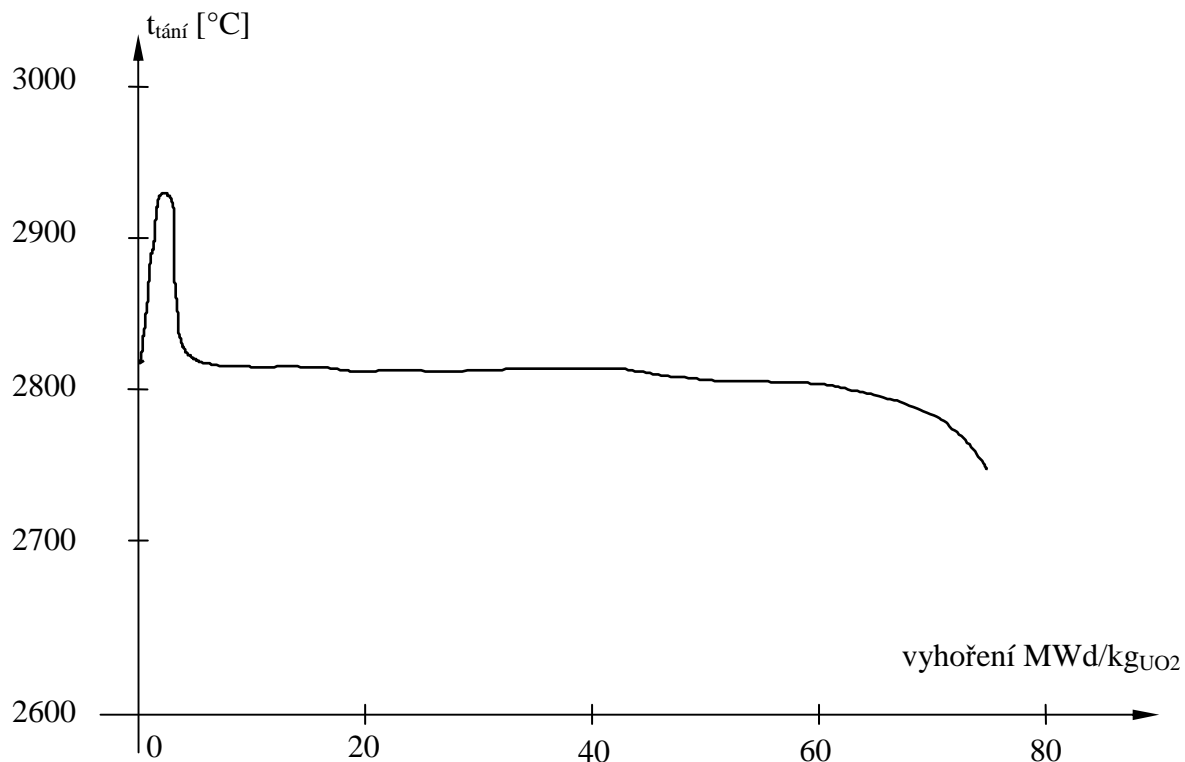
$$c_p = \frac{296,7 \cdot \theta^2 \cdot \exp\left(\frac{\theta}{T}\right)}{T^2 \cdot \left[\exp\left(\frac{\theta}{T}\right) - 1\right]^2} + 2 \cdot 2,43 \cdot 10^{-2} \cdot T + \frac{2 \cdot 8,745 \cdot 10^7 \cdot E}{2 \cdot R \cdot T^2} \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)$$

$$\theta = 535,285, \quad E = 1,577 \cdot 10^5, \quad R = 8,314 \quad [\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$T[\text{K}], \quad c_p [\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

Bod tavení UO₂

Teplota tání paliva je funkcí vyhoření. Krátce po ozáření dochází k dočasnému zvýšení bodu tavení a s dalším vyhořením teplota tavení postupně klesá.



Měrná hustota UO₂

$$\rho_{UO_2}(t) = \frac{11004,5}{1 + 9 \cdot 10^{-6} \cdot t + 6 \cdot 10^{-9} \cdot t^2 + 3 \cdot 10^{-12} \cdot t^3} \quad [kg \cdot m^{-3}]$$

kde t [°C]

Vlastnosti MOX (směsných oxidů Pu a U) jsou obdobné. Některé vztahy jsou uvedeny Tongem a Weismanem.

2.3 Vedení tepla ve válcové tyči

Budeme popisovat radiální rozložení teplot v palivových tabletách ve stacionárním stavu. Tepelná vodivost UO_2 je závislá na teplotě a dalších parametrech paliva (hustota, struktura tablet, vyhoření aj.).

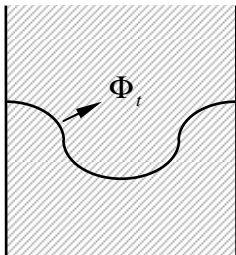
Radiální rozložení teplot v palivové tyči

Výše jsme se zabývali rozložením teplot pro konstantní objemový vývin tepla a bez centrálního otvoru. V praxi je tomu ale jinak.

S proměnným objemovým vývinem tepla

Vývin tepla je úměrný hustotě toku tepelných neutronů. Protože v palivovém elementu dochází k absorpci tepelných neutronů, je radiální průběh toku tepelných neutronů charakterizován poklesem směrem ke středu palivové tablety. Předpoklad rovnoměrného rozložení radiálního vývinu tepla má tedy konzervativní přístup (dává vyšší teploty uprostřed paliva). Tedy:

- vývin tepla (tepelný výkon) $q''' \sim$ toku tepelných neutronů Φ_t ,
- Φ_t se zmenšuje ve směru do středu tyče (absorpce neutronů přicházejících z moderátoru). Z difúzní teorie neutronové fyziky plyne, že průběh hustoty toku neutronů ve válcovém palivovém elementu je:



$$\Phi_t = A \cdot I_0(\chi \cdot r)$$

kde A je konstanta, I_0 je modifikovaná Besselova fce 0.řádu 1.druhu,

$$\chi = \sqrt{\frac{\Sigma_a}{D}}$$

χ - energie jednoho štěpení uložená v palivu

D - difúzní koeficient.

$$\Rightarrow q''' = A' \cdot I_0(\chi \cdot r)$$

počáteční podmínky: $I_0(0) = 1$

$$\Rightarrow q'''(r) = q_0''' \cdot I_0(\chi \cdot r)$$

V praxi navíc ani c_p ani λ nejsou konstanty, proto se přistupuje k numerickým řešením. Přehled numerických přístupů viz Raichura.

S centrálním otvorem

V případě dutého palivového elementu vycházíme z *Fourierovy rovnice*, která má tvar:

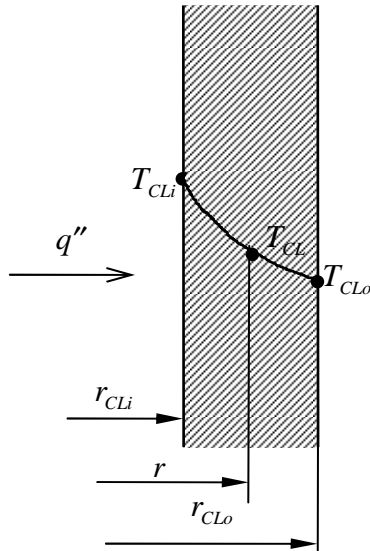
$$\pi \cdot (r^2 - r_0^2) \cdot q''' = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot \lambda \cdot \frac{dT}{dr}$$

jelikož je: $q' = \pi \cdot (r_{Fo}^2 - r_0^2) \cdot q'''$, bude:

$$\vartheta(T) - \vartheta(T_{Fo}) = \frac{q'}{4 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{r_{Fo}^2 - r^2}{r_{Fo}^2 - r_0^2} - \frac{2 \cdot r_{Fo}^2}{r_{Fo}^2 - r_0^2} \cdot \ln \frac{r_{Fo}}{r} \right)$$

2.4 Vedení tepla v povlaku palivové tyče

Vývin tepla od γ záření a neutronů je možno zanedbat, povlakem pak prochází pouze teplo z paliva. Budeme vycházet z *Fourierovy rovnice*:



$$q'' = -\lambda_{CL} \cdot \frac{dT}{dr}$$

vztažení na jednotku délky:

$$\frac{\dot{Q}}{H} = q' = q'' \cdot 2 \cdot \pi \cdot r$$

pak bude *Fourierova rovnice*:

$$q' = -2 \cdot \pi \cdot r \cdot \lambda_{CL} \cdot \frac{dT}{dr}$$

kde $\lambda_{CL} = f(T)$ je teplotní vodivost povlaku (Cladding)

po úpravě:

$$\frac{q'}{2 \cdot \pi} \cdot \int_{r_{CLo}}^r \frac{dr'}{r'} = - \int_{T_{CLo}}^T \lambda_{CL}(T) dT$$

Po zavedení integrální tepelné vodivosti povlaku:

$$\vartheta_{CL}(T) = \int_0^T \lambda_{CL}(T) dT$$

Ize explicitně vyjádřit:

$$\vartheta_{CL}(T) = \vartheta_{CL}(T_{CLo}) + \frac{q'}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{r_{CLo}}{r}\right)$$

pro tepelnou vodivost Zirkonu se používá ($T[K]$):

$$\lambda_{CL}(T) = 7.848 + 2.2 \cdot 10^{-2} \cdot T - 1.676 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 + 8.712 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}]$$

Integrální tepelná vodivost Zirkonu je při běžných provozních teplotních podmínkách na teplotě závislá pouze slabě a pro nás postačí, když budeme brát:

$$\lambda_{CL} = konst. = 20.3 \quad [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}] \quad \text{pro } T \in \langle 300 - 400^\circ C \rangle$$

Pak bude:

$$T_{CL}(r) = T_{CLo} + \frac{q'}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{CL}} \cdot \ln\left(\frac{r_{CLo}}{r}\right)$$

2.5 Sdílení tepla v mezeře mezi palivem a povlakem

Z pohledu sdílení tepla v mezeře existují dva druhy palivových tyčí, které mají rozdílné chování:

1. palivo je kovový uran (povlak je ve fyzikálním kontaktu s palivem – snaha o minimální tepelný odpor mezi palivem a povlakem),
2. palivo je kyslíčnick uraničitý (UO₂), ponechává se úmyslně mezeza ~ 0.1 mm, která se plní plynem (He - inertní plyn, který má největší vodivost, čímž zvětšuje přenos tepla). Složení plnicího plynu se během vyhořívání mění (štěpné plynné produkty) a roste vnitřní tlak ($p \uparrow$), tablety napuchají, čímž zvětšují svůj objem ($v_p \uparrow$) \Rightarrow kontakt. Sdílení tepla má tedy složitý charakter.

Součinitel sdílení tepla v mezeře

Formálně se vychází z Newtonova zákona – sdílený tepelný tok q'' je přímo úměrný rozdílu teplot mezi oběma povrchy. Pro lineární tepelný výkon pak platí úměra:

$$q'' \sim 2 \cdot \pi \cdot r_{Fo} \cdot \alpha_g \cdot (T_{Fo} - T_{CLi}),$$

kde α_g je součinitel sdílení tepla v mezeře. Je závislá na stavu mezezy, zejména pak na teplotě a složení plynu, tedy:

$$\alpha_g = f(T_{plynu}, \text{složení plynu, vyhoření, \dots}),$$

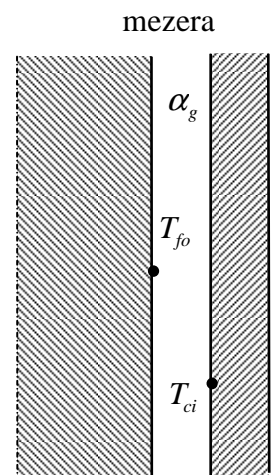
Je dán součtem 3 členů:

$$\alpha_g = \alpha_k + \alpha_c + \alpha_r,$$

α_k - složka α v důsledku vedení tepla plynovou náplní - conduction,

α_c - složka α v důsledku kontaktu na styčných plochách - contact,

α_r - složka α v důsledku přenosu tepla zářením - radiation.



Vedení tepla plynovou náplní

Fourierův zákon má tvar:

$$q''_k = \lambda_g \cdot \frac{T_{Fo} - T_{CLi}}{\delta_{ef}},$$

Kde λ_g - součinitel vedení tepla v plynu a δ_{ef} - efektivní šířka plynové mezezy.

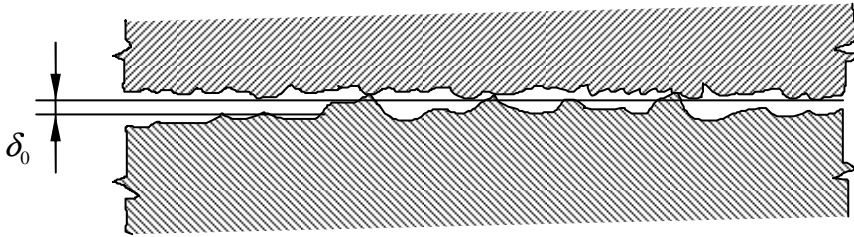
$$\Rightarrow \alpha_k = \frac{\lambda_g}{\delta_{ef}} \text{ - pro kombinaci Newtonova a Fourierova zákona.}$$

Efektivní šířka mezezy

$$\delta_{ef} = \delta_0 + \delta$$

kde δ - skutečná šířka (pokud je nulová, pak se materiál dotýká),

δ_0 - ekvivalentní šířka charakterizující vedení plynovou náplní pro $\delta = 0$ (závisí na drsnosti, resp. opracování obou povrchů).



Velikost mezery δ závisí na:

- teplotní roztažnosti paliva a povlaku,
- pohybu paliva v důsledku popraskání a přemísťování (relokace),
- zvyšování hustoty paliva za provozu (densifikace),
- napuchání paliva (swelling).

Čerstvé palivo

Růst teploty povlakové trubky způsobí zvětšení jejího obvodu:

$$\delta = \delta_p + \underbrace{\Delta r_{CLi} - \Delta r_{Fo}}_{\substack{\text{dilatace} \\ \text{počáteční šířka mezery}}}$$

$$\Delta r_{Fo} = (r_{Fo} - r_{Fo,0}) = r_{Fo} \cdot \beta_F \cdot (\bar{T}_F - T_{F,ref}),$$

kde β_F - součinitel lineární roztažnosti paliva,

\bar{T}_F - střední teplota paliva,

$T_{F,ref}$ - střední teplota paliva před změnou.

Zvětšení poloměru povlaku:

$$\Delta r_{CLi} = r_{CLi} \cdot \beta_{CL} \cdot (\bar{T}_{CL} - \bar{T}_{CL,ref})$$

Málo vyhořelé palivo - počáteční šířka mezery δ_p je shodná s výrobní šířkou mezery δ_v , tj.

$$\delta_p = \delta_v : \quad \Rightarrow \quad \delta = \delta_v + r_{CLi} \cdot \beta_{CL} \cdot (\bar{T}_{CL} - \bar{T}_{CL,ref}) - r_{Fo} \cdot \beta_F \cdot (\bar{T}_F - T_{CL,ref}).$$

Vyhořelé palivo - nutno zadat počáteční šířku mezery odpovídající stavu paliva:

$$\delta_p = \delta_v - \Delta r_{F,rel} + \Delta r_{F,den} - \Delta r_{F,swel} - \Delta r_{F,p},$$

kde $\Delta r_{F,rel}$ - změna poloměru vlivem relokace,

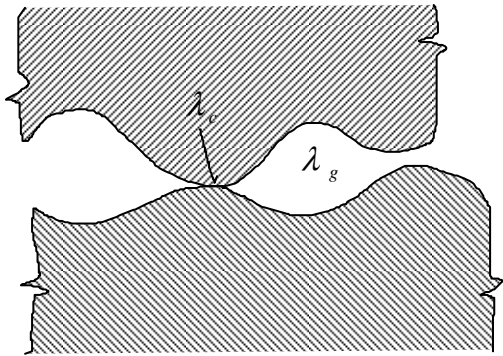
$\Delta r_{F,den}$ - změna poloměru vlivem densifikace,

$\Delta r_{F,swel}$ - změna poloměru vlivem napuchání (swelling),

$\Delta r_{F,p}$ - změna poloměru vlivem vnitřního přetlaku.

Styk paliva a povlaku (contact)

Při fyzickém kontaktu (mikroploškami) dochází ke zlepšení sdílení tepla.



Tepelná vodivost pevných látek je mnohem vyšší:

$$\lambda_g \ll \lambda_c$$

$\alpha_c = f(\lambda_g, \lambda_c)$ je zde závislá na kontaktním tlaku (s tlakem se zvětšuje kontaktní plocha vlivem deformace nerovností) a na opracování povrchu.

Existuje řada empirických vzorců, např. lineární aproximace:

$$\alpha_c = c \cdot p_c + 94.5 \cdot \lambda_g \quad [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$$

kde p_c - kontaktní tlak a c - konstanta.

Sdílení tepla zářením

Je důležité pro vyšší teploty paliva. Platí zde známý Stefan – Boltzmanův vztah pro nekonečný váleček (znát):

$$q_r'' = \frac{\sigma \cdot (T_{Fo}^4 - T_{CLi}^4)}{\frac{1}{\epsilon_{Fo}} + \frac{r_{Fo}}{r_{CLi}} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_{CLi}} - 1 \right)}, \quad \begin{aligned} \epsilon_{CLi} &\sim 0,7 \\ \epsilon_{Fo} &= 0,83 \cdot T_{Fo} < 900K \\ \epsilon_{Fo} &= 0,4 \cdot T_{Fo} < 2400K \end{aligned}$$

kde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}]$ - součinitel záření černého tělesa;

ϵ - poměrná emisivita paliva, resp. povlaku (plošná intenzita záření) – vždy menší než 1.

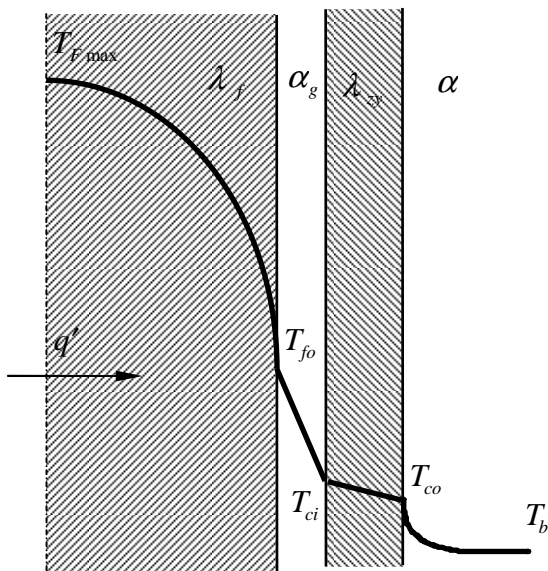
$$\Rightarrow \alpha_r = \frac{\sigma}{T_{Fo} - T_{CLi}} \cdot \frac{T_{Fo}^4 - T_{CLi}^4}{\frac{1}{\epsilon_{Fo}} + \frac{r_{Fo}}{r_{CLi}} \cdot \left(\frac{1}{\epsilon_{CLi}} - 1 \right)}$$

Sdílení tepla v mezeře je složitý proces, který se řeší pomocí kódů jako jsou např.: PIN (proutek) - ÚJV Řež na základě US programu, GAPCON - THERMAL, ESCORE, TACO3 atd.

Kódy pro návrhy palivových elementů počítají i napětí a relativní posuny, vnitřní tlak. V Řeži se těmito problémy zabývá speciální skupina. U reaktoru VVER 440 je α_g silně závislá na q' . Její hodnota $\alpha_g \in \langle 1-8 \rangle [kW \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$

2.6 Shrnutí

Celkový odpor mezi centrem paliva a chladičem



Vedení tepla v palivu

$$T_{F_{\max}} - T_{Fo} = \frac{q'}{4 \cdot \pi \cdot \bar{\lambda}_F}$$

Sdílení tepla v mezeře

$$T_{Fo} - T_{CLi} = \frac{q''}{\alpha_g} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \bar{r}_g \cdot q''}{2 \cdot \pi \cdot \bar{r}_g \cdot \alpha_g} = \frac{q'}{2 \cdot \pi \cdot \bar{r}_g \cdot \alpha_g}$$

kde:

$$\bar{r}_g = \frac{r_{Fo} - r_{CLi}}{2} \text{ - střední poloměr mezeře}$$

Vedení tepla v povlaku

$$T_{CLi} - T_{CLo} = \frac{q'}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{CL}} \cdot \ln\left(\frac{r_{CLo}}{r_{CLi}}\right)$$

Přestup tepla do chladiče

$$q''_{CLo} = \alpha \cdot (T_{CLo} - T_b)$$

$$q' = 2 \cdot \pi \cdot r_{CLo} \cdot q''_{CLo} = 2 \cdot \pi \cdot \alpha \cdot (T_{CLo} - T_b)$$

$$\Rightarrow T_{CLo} - T_b = \frac{q'}{2 \cdot \pi \cdot r_{CLo} \cdot \alpha}$$

$$\Rightarrow T_{\max} - T_b = q' \cdot \left[\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \bar{\lambda}_F} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \bar{r}_g \cdot \alpha_g} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_{CL}} \cdot \ln\left(\frac{r_{CLo}}{r_{CLi}}\right) + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r_{CLo} \cdot \alpha} \right]$$

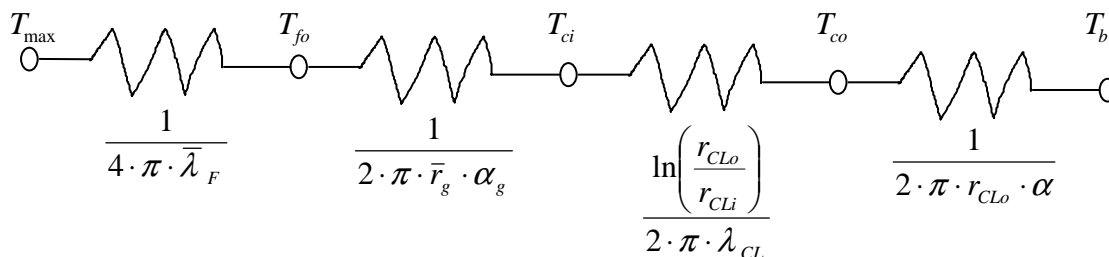
celkový tepelný odpor

Analogie elektrického proudu a odporu:

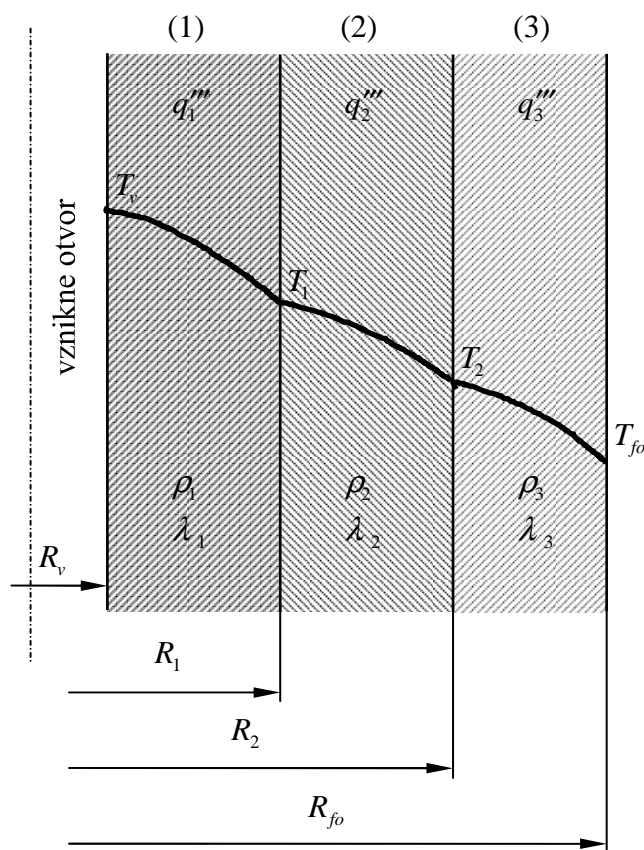
Rozdíl teplot \Rightarrow napětí

Lineární výkon \Rightarrow proud

Závorka \Rightarrow celkový tepelný/elektrický odpor



Vedení tepla v rekrystalizované tyči (viz cv.)



Originál - před rekrystalizací ρ_0

T_1, T_2 - teploty, při kterých dochází k rekrystalizaci.

Zóna 1: $\rho_1 = 98\% \rho_{TD}$, $T_1 = 1800^\circ C$,

Zóna 2: $\rho_2 = 95\% \rho_{TD}$, $T_1 = 1600^\circ C$,

Zóna 3: $\rho_3 = 88\% \rho_{TD}$, $T_1 = 1000^\circ C$,

$\rho_{TD} = 10,97 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. (teoretická hustota)

Jeden z empirických vztahů:

$$\lambda_{0,95} = \frac{1}{11,8 + 0,0238 \cdot T} + 8,8775 \cdot 10^{-13} \cdot T^3,$$

$$\lambda_{TD} = 1,157 \cdot \lambda_{0,95},$$

$$\lambda = \left(1 - P^{\frac{2}{3}}\right) \cdot \lambda_{TD},$$

$$T [^\circ C]$$

$$\lambda [W \cdot \text{cm}^{-1} \cdot K^{-1}]$$

$$P = 1 - \frac{\rho}{\rho_{TD}}.$$

2.7 Nestacionární vedení tepla

Analytické řešení

Vychází z *obecné diferenciální rovnice vedení tepla* – v našem případě pro válcovou geometrii. Za předpokladu, že tepelná vodivost paliva, a měrná tepelná kapacita společně s hustotou jsou s teplotou konstantní, je možno použít pro další užití *lineární formu rovnice vedení tepla*:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{q'''}{c \cdot \rho}$$

kde $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$ je opět součinitel teplotní vodivosti.

Řešení této rovnice vedení tepla je jednou ze základních úloh matematické fyziky. Z výpočetních postupů lze využít separace proměnných nebo Laplaceovu transformaci, která umožňuje formulovat přímo příslušné přenosové funkce a jejich analýzou získat základní odezvy systému na změnu vstupních veličin.